F4 Tweedegraads formules

Tweedegraads formules

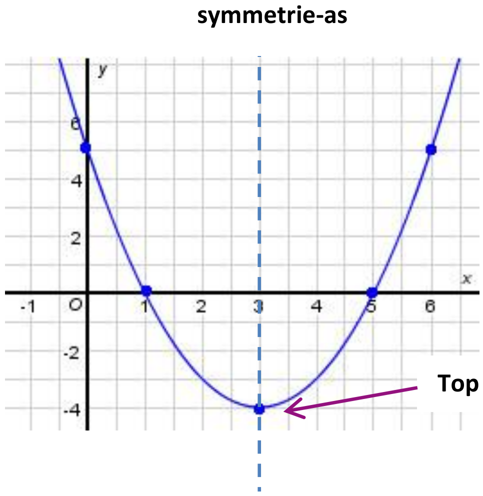
- $y = 3x^2 - 2x + 5$ en $y = -x^2 + 4$ heten **tweedegraads formules** omdat x^2 de hoogste macht van x is die voorkomt. Zo heet $y = 3x^3 - 2x + 5$ derdegraads.
- De grafiek van een tweedegraads formule is een parabool. Er is altijd een **symmetrie-as !**
- De symmetrieas is een verticale lijn die gaat door de top van de parabool.
- Je kunt een **dalparabool** krijgen of een **bergparabool**.
- Het laagste punt van een dalparabool en het hoogste punt van een bergparabool noem je de **Top** van de parabool.
- Je kunt de grafiek bij een formule tekenen door eerst een tabel te maken.
- Voor het tekenen van een parabool heb je minstens 5 punten nodig.

Grafiek tekenen met een Tabel

Voorbeeld 1 $y = x^2 - 6x + 5$

Teken de grafiek van de formule $y = x^2 - 6x + 5$

x	0	1	2	3	4	5	6
y	5	0	-3	-4	-3	0	5



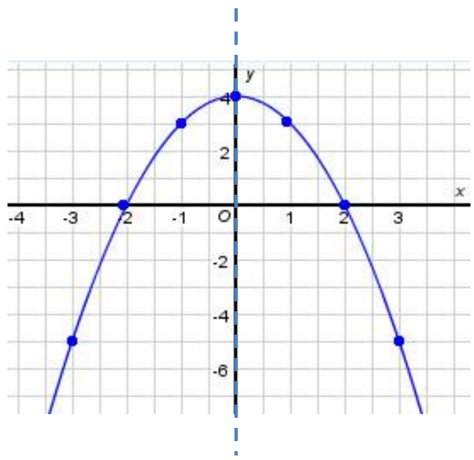
$\boldsymbol{y = x^2 - 6x + 5}$

Voorbeeld 2 $y = -x^2 + 4$

Teken de grafiek van de formule $y = -x^2 + 4$

Kijk eerst even naar: **Let op invullen bij** $-\boldsymbol{x^2}$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-5	0	3	4	3	0	-5



$\boldsymbol{y = -x^2 + 4}$

Let op invullen bij $-\boldsymbol{x^2}$

Als x=3: dan wordt $-x^2 = -(3)^2 = -9$
Dus eerst machtsverheffen $3^2 = 9$ en daarna min!

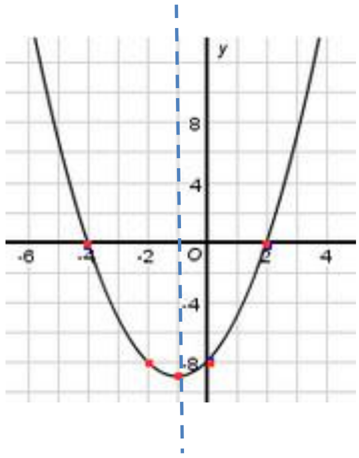
Als x= -3: dan wordt $-x^2 = -(-3)^2 = -(9) = -9$
Ook nu eerst machtsverheffen $(-3)^2 = 9$ en daarna min

En dan is $y = -x^2 + 4 = -9 + 4 = -5$

F4 Tweedegraads formules

Slim tekenen

- De grafiek tekenen met een tabel is alleen handig als je weet welke x-waarden je moet nemen in de tabel. Probeer maar eens om de grafiek van $y = x^2 + 17x + 70$ te tekenen.
- Maar het kan slimmer met het **stappenplan**.
- **Stap 1:** Bepaal de snijpunten van de grafiek met de x-as. Daar is y=0. Zie module V4!
- **Stap 2:** Bepaal de x-coördinaat van de top. x_{top} ligt midden tussen de nulpunten.
- Of bereken x_{top} met: $x_{top} = \frac{x_1 + x_2}{2}$ (x_1 en x_2 snijpunten met x-as)
- en bereken daarna y_{top} door .
- **Stap 3:** Bereken het snijpunt van de grafiek met de y-as door x=0 in te vullen in de formule
- en bereken extra punten (totaal minimaal 5). Gebruik symmetriepunt van snijpunt met y-as!
- Teken de grafiek.
- **Stap 4:** Zoek 2 extra punten. Dat is nodig als je bij stap 1 t/m 3 twee keer hetzelfde punt krijgt. Zie voorbeeld 4. Dan heb je extra punten nodig, omdat je minstens 5 punten moet hebben voor je de grafiek kunt tekenen.
- Om extra punten te vinden mag je zelf een geschikte x-waarde nemen en die in invullen in de formule. Net als bij een tabel. Zoek daarna ook het spiegelpunt.



$y = x^2 + 2x - 8$

Voorbeeld 3

Teken de grafiek van $y = x^2 + 2x - 8$. Gebruik de 3 stappen.

Stap 1: Snijpunten met x-as, dan y=0

$x^2 + 2x - 8 = 0$

$(x + 4) \cdot (x - 2) = 0$

$x = -4 \; of \; x = 2$

Snijpunten x-as: (-4,0) en (2,0). Zie grafiek.

Stap 2: Top bepalen.

$x_{top} = \frac{-4+2}{2} - 1$, invullen geeft $y_{top} = -9$

Dus de Top: (-1 , -9). Zie grafiek.

Stap 3: Snijpunt y-as en extra punt

snijpunt y-as: x=0 invullen geeft y = -8. Snijpunt (0,-8)

Top bij x = - 1.

Dus als bij x=0 (1 rechts van top) y=-8

Dan ook bij x = -2 (1 links van top) y = 8. Dus (-2,-8).

We hebben nu 5 punten: (-4,0),(2,0),(-1,-9),(0,-8) en (-2,-8)

Nu kunnen we de grafiek tekenen.

F4 Tweedegraads formules

Voorbeeld 4

Teken de grafiek van $y = -x^2 + 4x$. Gebruik de 3 stappen.

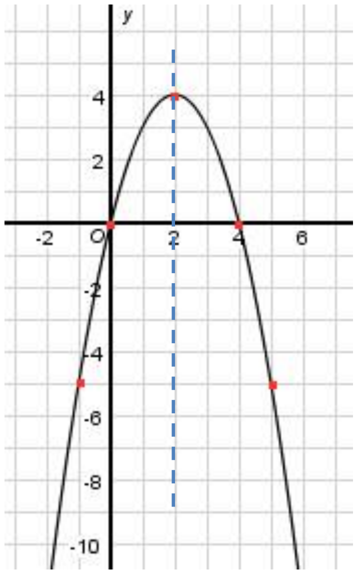
Stap 1: Snijpunten met x-as, dan y=0

$-x^2 + 4x = 0$ Type IIa

$x \cdot (-x + 4) = 0$ of $-x \cdot (x - 4) = 0$

$x = 0 \; of \; x = 4$

Snijpunten x-as: (0,0) en (4,0). Zie grafiek.



$y = -x^2 + 4x$

Stap 2: Top bepalen.

$x_{top} = 2$, invullen geeft $y_{top} = 4$ Zie: **Let op invullen**

Dus de Top: (2 , 4). Zie grafiek.

Stap 3: Snijpunt y-as en extra punt

snijpunt y-as: x=0 invullen geeft y = 0. Snijpunt (0,0)

Oeps, dit punt hebben we al! Het is snijpunt met x-as.

Daarom nu stap 4 nodig.

Stap 4: 2 extra punten bepalen

Kies zelf een x-waarde bijvoorbeeld x = 5.

Bereken de y-waarde: $y = -x^2 + 4x = -5^2 + 4 \cdot 5 = -5$

Dit geeft het punt (5,-5). Teken het punt en zoek symmetriepunt. Dat geeft (-1,-5).

We hebben nu 5 punten: (0,0),(4,0),(2,4),(5,-5) en (-1,-5)

Nu kunnen we de grafiek tekenen.

Berg of dal ?

Als er voor de x^2 een min-teken staat in de formule wordt de parabool een **bergparabool**.
Door de min voor het kwadraat komen er heel veel negatieve getallen voor als y-waarde.
Staat er geen min-teken voor, dan komen er juist heel veel positieve waarden voor y en krijg je een **dalparabool**.

Voorbeelden bergparabool: $y = -x^2 + 3x + 10$, $y = -x^2 - 6$ en $y = 9 - x^2$

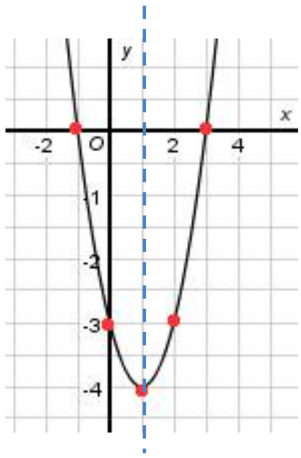
Voorbeelden dalparabool: $y = x^2 + 3x + 10$, $y = x^2 - 6$ en $y = 9 + x^2$

F4 Tweedegraads formules

Bijzondere formules

- Sommige formules zijn zo geschreven, dat je stap 1 of 2 sneller kunt doen.
- Als de formule al ontbonden is in factoren kun je heel snel de snijpunten met de x-as bepalen.
- Bijvoorbeeld: $y = (x-3)\cdot(x+5)$ heeft snijpunten met de x-as bij x = 3 en x= -5.
- Als de formule is geschreven als Topformule kun je heel snel de Top aflezen.
- Bijvoorbeeld: $y = (x-2)^2 - 9$ is een dalparabool met Top (2,-9)
- Want $(x-2)^2$ is altijd 0 of groter. Dat komt door het kwadraat. En dus is y altijd -9 of groter.
- Dus Top (2,-9). Want bij x=2 is $(x-2)^2 = 0$. En dan heb je de laagste y-waarde y=-9.
- Je hebt een Topformule als de x alleen binnen het kwadraat staat. $y = (x-2)^2 - 9$ is dus wel een Topformule, maar $y = (x-2)^2 - 9x$ niet.
- Bij een Topformule kun je ook makkelijk de snijpunten met de x-as bepalen.
- Je kan de vergelijking y=0 namelijk oplossen als Type I.

Ontbonden formule



$y = (x+1)(x-3)$

Teken de grafiek van $y = (x+1)(x-3)$. Gebruik de 3 stappen.

Stap 1: Snijpunten met x-as, dan y=0

$(x+1)\cdot(x-3) = 0$ Al ontbonden!

$x = -1 \ of \ x = 3$

Snijpunten x-as: (-1,0) en (-3,0). Zie grafiek.

Stap 2: Top bepalen.

$x_{top} = 1$, invullen geeft $y_{top} = -4$. Dus Top: (1, -4)

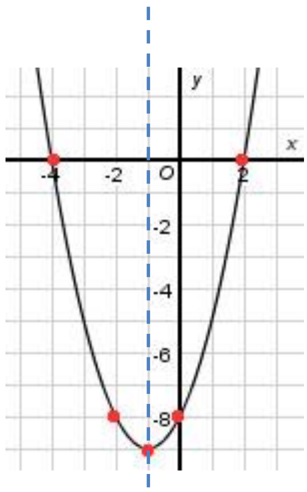
Stap 3: Snijpunt y-as en extra punt

snijpunt y-as: x=0 invullen geeft y = -3. Snijpunt (0, -3)

Spiegelpunt (2, -3)

We hebben nu 5 punten: (-1,0),(3,0),(1, -4),(0, -3) en (2, -3)
Nu kunnen we de grafiek tekenen.

Topformule



$y = (x+1)^2 - 9$

Teken de grafiek van $y = (x+1)^2 - 9$.

Stap 1: $(x+1)^2 - 9 = 0$ geeft (Type I)

$x + 1 = 3 \ of \ x + 1 = -3$

$x = 2 \ of \ x = -4$

Stap 2: Top direct aflezen! Top (-1, -9)

Stap 3: Zelf doen: (0,-8) en (-2, -8)

Teken de grafiek