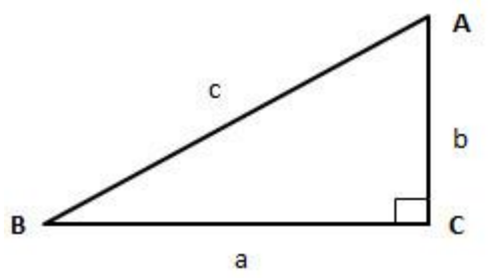
M5 De stelling van Pythagoras

Rechthoekige driehoek

- Een rechthoekige driehoek is een driehoek met één rechte hoek (= 90^o)
- De 2 zijden van de driehoek die op de benen van de rechte hoek liggen heten de ***rechthoekszijden*** van de driehoek. In de tekening zijde **BC** en **CA.**
- De zijde die tegenover de rechte hoek ligt heet ***schuine zijde*** of ***hypotenusa*****: AB**
- Je kunt de zijden van een driehoek ook aangeven met kleine letters: Tegenover hoekpunt A ligt dan zijde a, tegenover hoek B ligt zijde b en tegenover C ligt c.



BC = a = rechthoekszijde
CA = b = rechthoekszijde
AB = c = schuine zijde = hypotenusa

De stelling van Pythagoras

In een rechthoekige driehoek ABC met rechthoekszijden BC en CA geldt:

$\mathbf{BC^2 + CA^2 = AB^2}$ of met kleine letters $\mathbf{a^2 + b^2 = c^2}$

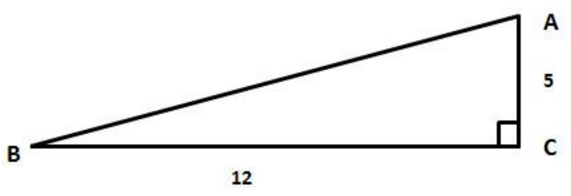
Dus: **de som van de kwadraten van de rechthoekszijden = het kwadraat van de schuine zijde.**

Voorbeelden

Driehoek ABC, hoek C = 90°
BC = 12, CA = 5.
Bereken AB

Oplossing:

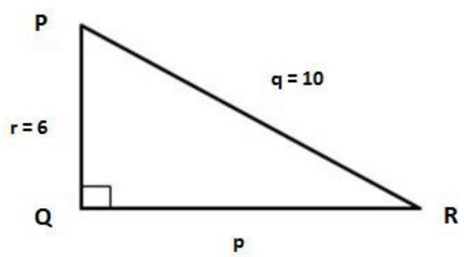
$BC^2 + CA^2 = AB^2$
$BC^2 + CA^2 = AB^2$
$12^2 + 5^2 = AB^2$
$25 + 144 = AB^2$
$169 = AB^2$
$AB = 13$



Driehoek PQR, hoek Q = 90°
r = 6, q = 10.
Bereken p.

Oplossing (let op schuine zijde gegeven!):

$r^2 + p^2 = q^2$ of $r^2 = q^2 - r^2$
$6^2 + p^2 = 10^2$
$36 + p^2 = 100$
$p^2 = 64$ dus $p = 8$



M5 De stelling van Pythagoras (vervolg)

Wortels

Bij module R4 heb je geleerd dat $(\sqrt{\boldsymbol{a}})^{\mathbf{2}} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{a} = a$

Dus

$\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = 5$

$\sqrt{11} \cdot \sqrt{11} = 11$

$\sqrt{61} \cdot \sqrt{61} = 61$

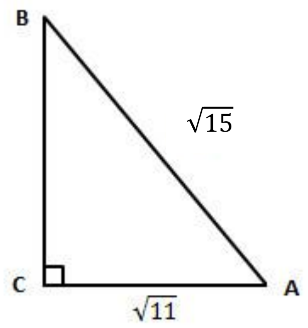
Maar ook

$(\sqrt{14})^2 = \sqrt{14} \cdot \sqrt{14} = 14$

$(4\sqrt{2})^2 = 4\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2} = 16 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 16 \cdot 2 = 32$

Voorbeeld

Gegeven de rechthoekige driehoek ABC.
Hoek C = 90^o, AB = $\sqrt{15}$ en AC = $\sqrt{11}$.
Bereken de lengte van CA.



$BC^2 = AB^2 - CA^2$

$BC^2 = (\sqrt{15})^2 - (\sqrt{11})^2$

$BC^2 = 15 - 11$

$BC^2 = 4$

$BC = 2$

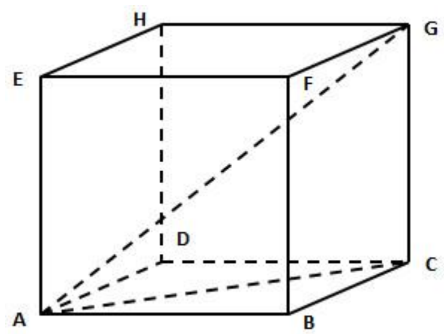
Oplossen $\boldsymbol{AB^2 = 16}$ en $\boldsymbol{AB^2 = 15}$

Bij het maken van sommen kom je aan het eind vaak een vergelijking tegen van het type: een kwadraat = getal. Dat is makkelijk oplossen als je de wortel kunt trekken. Anders laat je de wortel staan.

$AB^2 = 16$	Antwoord	$AB = 4$	want 4 x 4 = 16
$AB^2 = 15$	Antwoord	$AB = \sqrt{15}$	want $\sqrt{15} \cdot \sqrt{15} = 15$ (zie hierboven)
$AB^2 = 12$	Antwoord	$AB = \sqrt{12}$	want $\sqrt{12} \cdot \sqrt{12} = 12$ (zie hierboven)
$AB^2 = 53$	Antwoord	$AB = \sqrt{53}$	want $\sqrt{53} \cdot \sqrt{53} = 53$ (zie hierboven)

Pythagoras in de ruimte

Kubus ABCD.EFGH heeft ribben 10. Bereken AG.



In $\Delta\, ABC$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$AC^2 = 10^2 + 10^2$

$AC^2 = 200$

$AC^2 = \sqrt{200} \approx 14{,}1$

In $\Delta\, ACG$

$AG^2 = AC^2 + CG^2$

$AG^2 = 200 + 100$

$AG^2 = 300$

$AG = \sqrt{300} \approx 17{,}3$